

TEMAT 1: FUNKCJE ZMIENNEJ LOSOWEJ

Zadanie 1-1

Funkcję prawdopodobieństwa zmiennej losowej X przedstawia tabela:

x_i	-2	-1	0	2	3	4
p_i	0.1	0.3	0.2	0.1	0.2	0.1

Wyznaczyć funkcję prawdopodobieństwa zmiennej losowej U , jeżeli:

a) $U = \frac{1}{4}X + 1$,

b) $U = X^2$.

Zadanie 1-2

Funkcję prawdopodobieństwa zmiennej losowej X przedstawia tabela:

x_i	-2	-1	0	1	2	4
p_i	0.2	0.1	0.1	0.2	0.3	0.1

Wyznaczyć funkcję prawdopodobieństwa zmiennej losowej U , jeżeli:

a) $U = 2X + 1$,

b) $U = -X^2 + 1$.

Zadanie 1-3

Znaleźć gęstość prawdopodobieństwa k zmiennej losowej $Y = 2X$, jeżeli gęstością prawdopodobieństwa f zmiennej losowej X jest funkcja dana wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 1 \\ 0.5 & \text{dla } 1 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{dla } x > 3 \end{cases}$$

Zadanie 1-4

Niech zmienna losowa X ma rozkład o gęstości $f(x) > 0$ dla każdego $x \in \mathbb{R}$. Wyznaczyć gęstość zmiennej losowej $Y = X^2$.

TEMAT 2: ZMIENNE LOSOWE SKOKOWE – CHARAKTERYSTYKI LICZBOWE

Zadanie 2-1

Dla zmiennej losowej X o funkcji prawdopodobieństwa danej w tabeli:

x_i	-2	2	4
p_i	0.5	0.3	0.2

Wyznaczyć:

- dystrybuantę i jej wykres,
- wartość oczekiwaną $E(X)$,
- wariancję $D^2(X)$ korzystając z:
 - określenia wariancji dla zmiennej losowej skokowej,
 - własności wariancji,
- odchylenie standardowe σ_x ,
- medianę $x_{0.5}$,
- kwantyl $x_{0.9}$.

Zadanie 2-2

Znany jest rozkład prawdopodobieństwa zmiennej losowej X poprzez dystrybuantę daną wzorem:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq -3 \\ 0.2 & \text{dla } -3 < x \leq 2 \\ 0.8 & \text{dla } 2 < x \leq 5 \\ 1 & \text{dla } x > 5 \end{cases}.$$

Wyznaczyć:

- funkcję prawdopodobieństwa i jej histogram oraz wykres dystrybuanty,
- wartość oczekiwaną $E(X)$,
- wariancję $D^2(X)$ korzystając z:
 - określenia wariancji dla zmiennej losowej skokowej,
 - własności wariancji,
- odchylenie standardowe σ_x ,
- medianę $x_{0.5}$,
- kwantyl $x_{0.2}$.

TEMAT 3: ZMIENNE LOSOWE TYPU CIĄGŁEGO – CHARAKTERYSTYKI LICZBOWE

Zadanie 3-1

Zmienne losowa X ma rozkład o gęstości danej wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} 6x(1-x) & \text{dla } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{dla pozost. } x \end{cases}.$$

Wyznaczyć:

- dystrybuantę i jej wykres,
- wartość oczekiwaną $E(X)$ i wariancję $D^2(X)$,
- medianę $x_{0.5}$.

Zadanie 3-2

Zmienne losowa X ma rozkład o gęstości f danej wzorem:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}x(2-x) & \text{dla } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{dla pozost. } x \end{cases}.$$

Wyznaczyć:

- dystrybuantę i jej wykres,
- wartość oczekiwaną $E(X)$ i wariancję $D^2(X)$,
- medianę $x_{0.5}$.

ODPOWIEDZI DO WYBRANYCH ZADAŃ

TEMAT 1: FUNKCJE ZMIENNEJ LOSOWEJ

Zadanie 1-1

Obliczamy:

a)

u_j	1/2	3/4	1	3/2	7/4	2
q_j	0.1	0.3	0.2	0.1	0.2	0.1

b)

u_j	0	1	4	9	16
q_j	0.2	0.3	0.2	0.2	0.1

Zadanie 1-2

Obliczamy:

a)

u_j	-3	-1	1	3	5	9
q_j	0.2	0.1	0.1	0.2	0.3	0.1

b)

u_j	-3	0	1	-15
q_j	0.5	0.3	0.1	0.1

TEMAT 2: ZMIENNE LOSOWE SKOKOWE – CHARAKTERYSTYKI LICZBOWE

Zadanie 2-1

Obliczamy:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2 \\ 0.5, & -2 < x \leq 2 \\ 0.8, & 2 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

$$E(X) = 0.4, \quad D^2(X) = 6.24, \quad \sigma_X \approx 2.5, \quad x_{0.5} \in \langle -2, 2 \rangle, \quad x_{0.9} = 4$$

Zadanie 2-2

Obliczamy:

x_i	-3	2	5
p_i	0.2	0.6	0.2

$$E(X) = 1.6, \quad D^2(X) = 6.64, \quad \sigma_X \approx 2.57, \quad x_{0.5} = 2, \quad x_{0.2} \in \langle -3, 2 \rangle$$